

Arkusz 08A – Całkowanie numeryczne (16)

Grawitacja

W obserwatorium astronomicznym notowano położenie pewnego obiektu kosmicznego. Wyniki zapisano w pliku tekstowym GRAWITACJA w trzech kolumnach: czas, współrzędna x i współrzędna y. Wyliczając drogę obiektu będziemy mogli wyliczyć jego prędkość, przyspieszenie i działające na niego siły.

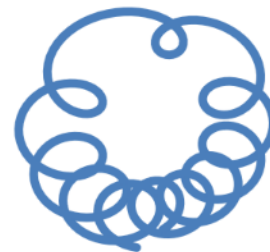


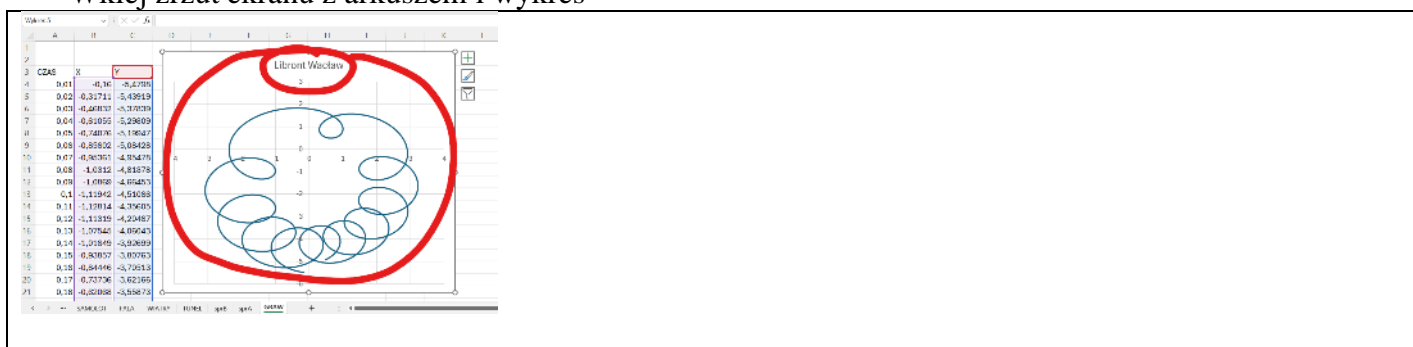
Tabela (1)

- Zakładkę na arkuszu i nazwij **GRAWITACJA**
- Otwórz plik GRAWITACJA.txt <https://zsobobowa.eu/pliki/arkusz/GRAWITACJA.txt>
- Zaznacz wszystko
- Wklej specjalnie jako tekst do arkusza
- **Wstaw dwa** puste wiersze na początku tabeli
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2									
3	CZAS	X	Y						
4	0,01	-0,16	5,4798						
5	0,02	-0,31711	5,43919						
6	0,03	-0,46832	5,37839						
7	0,04	-0,61955	5,29899						
8	0,05	-0,74070	5,19947						
9	0,06	-0,83902	5,08428						
10	0,07	-0,91361	4,95478						
11	0,08	-1,00312	4,81378						
12	0,09	-1,09969	4,65153						
13	0,1	-1,11942	4,51186						
14	0,11	-1,12814	4,39090						
15	0,12	-1,11819	4,29457						
16	0,13	-1,07545	4,20343						
17	0,14	-1,01049	4,12099						
18	0,15	-0,93857	4,04763						
19	0,16	-0,86000	3,98313						

Wykres (1)

- Wstaw wykres punktowy z kolumn B i C
- Tytuł wykresu - **nazwisko i imię**
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykres

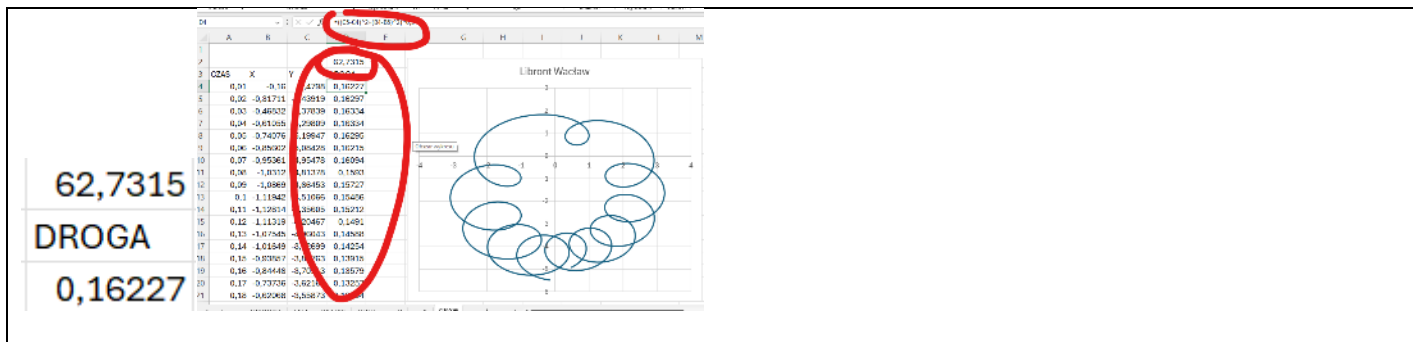


Droga (1)

Oblicz przebyte drogi w kolejnych odcinkach czasu z wzoru Pitagorasa:

$$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

- D4 wpisz wzór: $=((C5-C4)^2+(B4-B5)^2)^{0,5}$
nie wykonuj obliczeń dla ostatniego wiersza danych
jeden bok ma długość 0,01, drugi bok to różnica dwóch kolejnych komórek
- D2 podsumuj wszystkie wartości z kolumny D
cała przebyta droga
- Wybierz komórkę D4
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



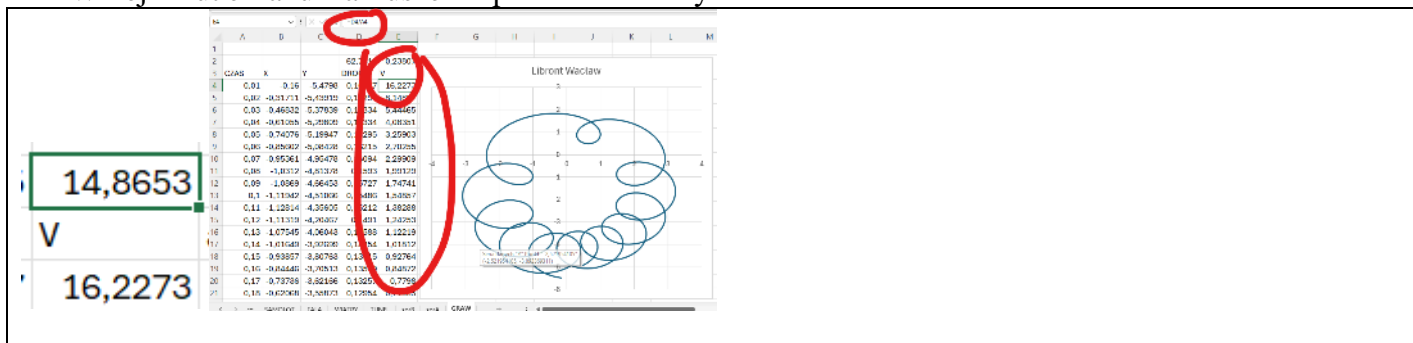
Prędkość (1)

Oblicz chwilowe prędkości ze znanego z fizyki wzoru: $V = \frac{s}{t} = \frac{D}{t_2 - t_1}$

D - odcinek drogi z kolumny D

$t_2 - t_1$ – odcinek czasu z kolumny A równy $0,01$

- E4 wpisz formułę: $=D4/0,01$
nie wykonuj obliczeń dla ostatniego wiersza danych
- E2 oblicz **średnią** prędkość z obliczonych wartości w kolumnie E
- Wybierz komórkę E4
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



Wykres prędkości w czasie (1)

- Utwórz wykres punktowy z kolumn A i E
- Zmień tytuł wykresu – nazwisko i imię
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykres



Przyspieszenie (1)

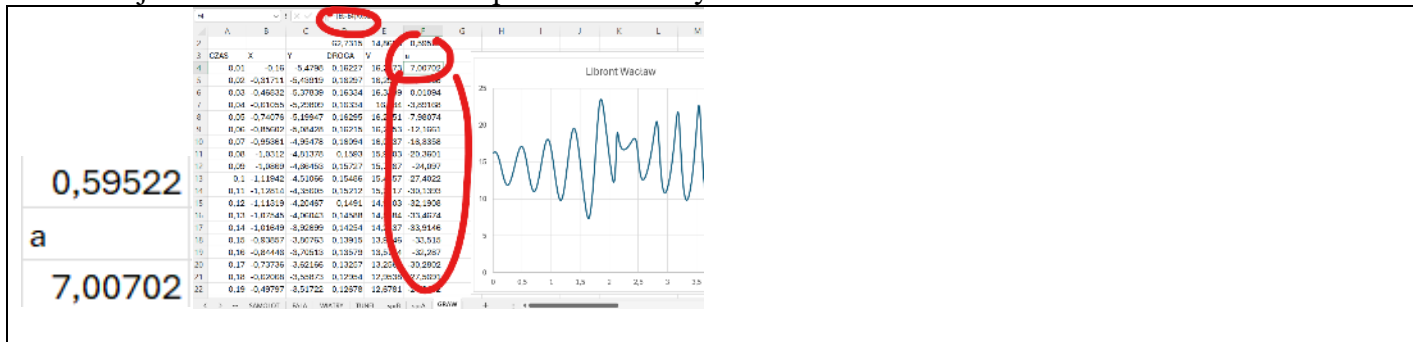
Policz chwilowe przyspieszenia ze znanego z fizyki wzoru: $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1}$

$V_2 - V_1$ – różnica prędkości obliczona w kolumnie E

$t_2 - t_1$ – odcinek czasu – kolumna A równy $0,01$

- F4 wpisz formułę: $=(E5 - E4)/0,01$
nie wykonuj obliczeń dla dwóch ostatnich wierszy danych

- F2 oblicz **średnie** przyspieszenie
- Wybierz komórkę F4
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



Wykres przyspieszenia w czasie (1)

- Utwórz wykres punktowy z kolumn A i F
- Zmień tytuł wykresu – nazwisko i imię
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykres

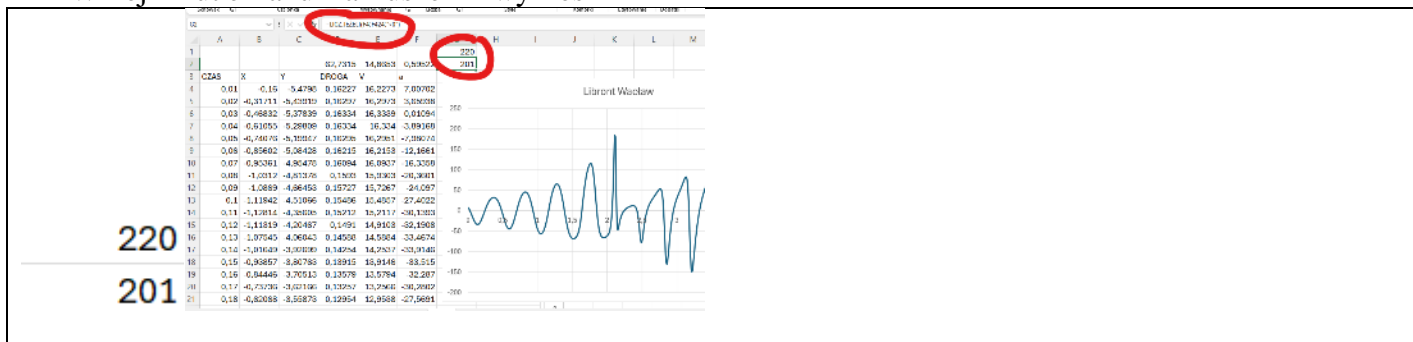


Przyspieszenie - Opóźnienie (1)

Obliczmy, jak długo obiekt kosmiczny przyspieszał, a jak długo zwalniał.

Przyspieszanie - wartości nad wykresem. Zwalnianie (przyspieszenie ujemne) - wartości pod wykresem

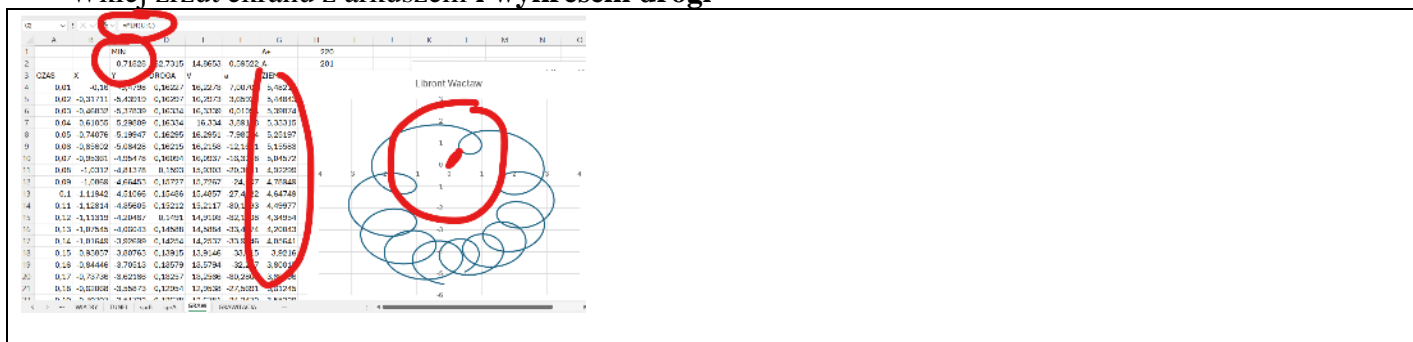
- G1 wpisz napis A+
- G2 wpisz napis A-
- H1 wpisz formułę: `=LICZ.JEŻELI(F4:F424;">0")`
- H2 wpisz identyczną formułę i użyj `"<0"`
- Wybierz komórkę H2
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykres



Odległość od Ziemi (1)

Ziemia znajduje się w środku układu współrzędnych. Obliczymy odległość obiektu od Ziemi z wzoru Pitagorasa $D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$, gdzie $X_1=0$ i $Y_1=0$

- G3 wpisz napis **ZIEMIA**
- G4 wpisz formułę: $=(B4^2+C4^2)^(1/2)$
ponieważ współrzędne ziemi mają wartość zero, więc do wzory wstawiamy tylko współrzędne planety
- C1 wpisz napis **MINIMUM**
- C2 wylicz najmniejszą wartość z kolumny G
użyj funkcji **MIN**
- Wybierz komórkę C2
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykresem drogi



ŁEZKA

Wyznacz pole powierzchni obszaru pomiędzy punktami przecięcia się dwóch parabol

$$Y_1=2x^2-4x+1 \text{ i } Y_2=-2x^2+3x+5.$$

Obliczenia przeprowadź z dokładnością do 0,01

Zielone pole możemy je obliczyć w następujący sposób:

- 1) Wyliszmy pole powierzchni pod krzywą Y_1 (Pnieb)
- 2) Wyliszmy pole powierzchni pod krzywą Y_2 (Pczer)
- 3) Wyliszmy dwa pola powierzchni pod Y_1 (P1żół i P2żół) i dwa pola powierzchni pod krzywą Y_2 (P1fio i P2fio).

$$\text{Pole lezki (zielone)} \quad P = P_{nieb} + P_{czer} - (P1\text{żół} + P2\text{żół} + P1\text{fio} + P2\text{fio})$$

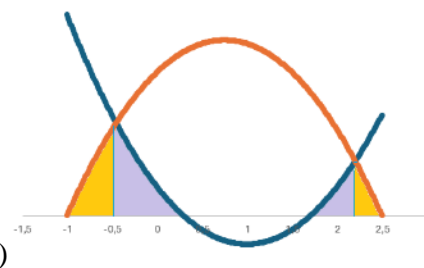
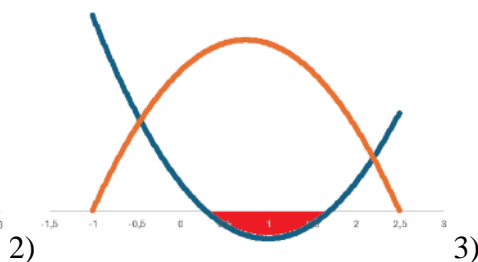
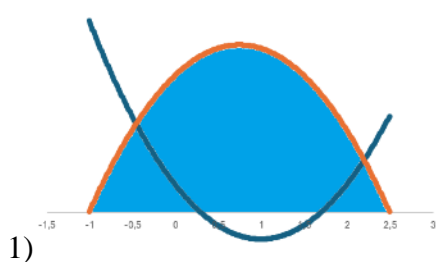
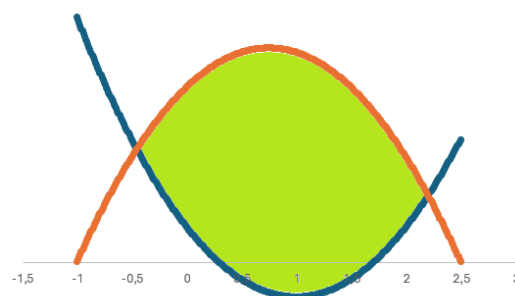
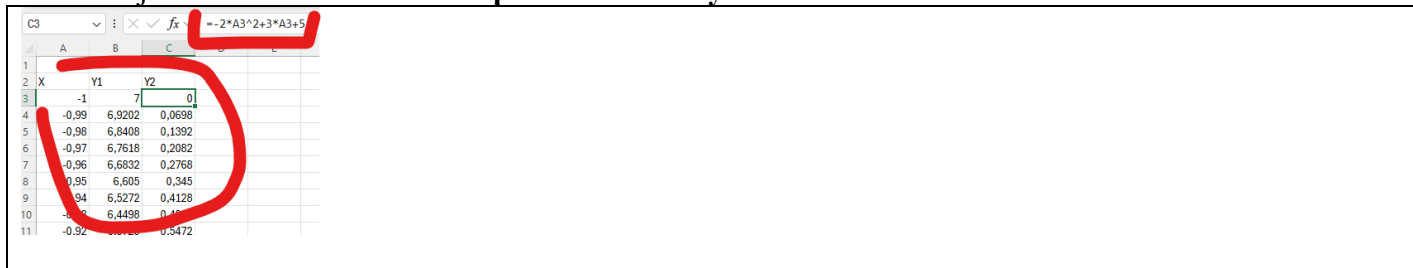


Tabela (1)

	A	B	C
1	NUMER	11	
2	X	Y1	Y2

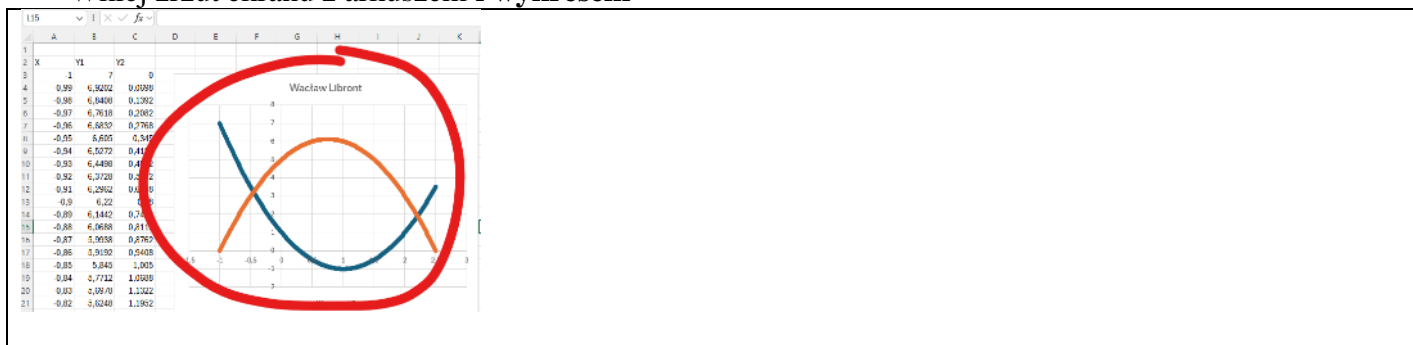
- Wpisz początkowe napisy tabeli
- B1 wpisz swój numer z dziennika
- A3 wpisz liczbę **-1**
- A4 wpisz formułę: $=A3+0,01$
- Wklej formułę na kolejne komórki kolumny A, aż do wartości **3**
- B3 wpisz formułę: $=4*A3^2-10*A3+\$B\$1/8$
- C3 wpisz formułę: $=-4*A3^2+5*A3+\$B\$1/5$
- Wklej obie formuły na kolejne komórki w kolumnach B i C
- Wybierz komórkę C3

- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



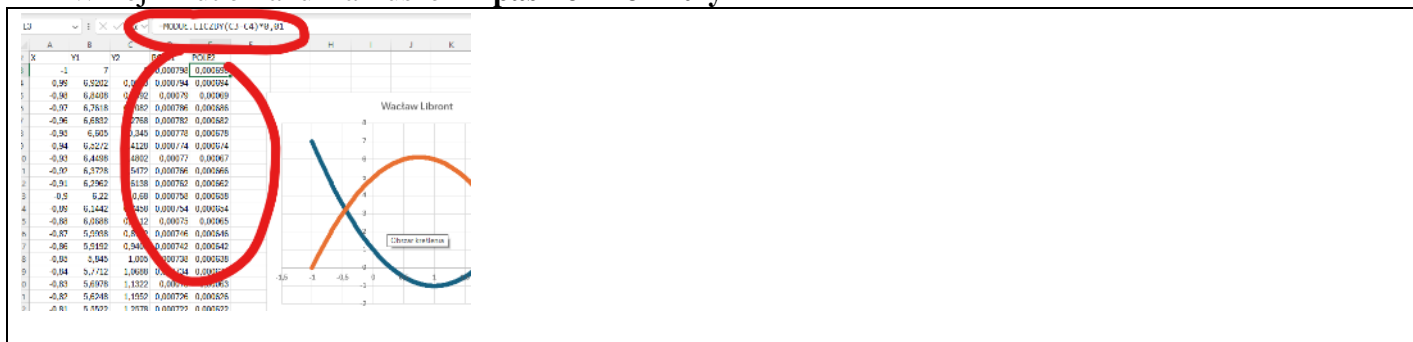
Wykres (1)

- Wstaw wykres punktowy z kolumn A, B i C
- Tytuł wykresu - nazwisko i imię
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i wykresem



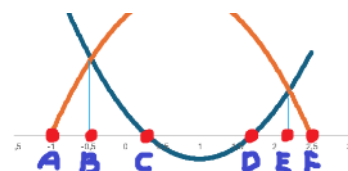
Pole powierzchni (1)

- D2 wpisz napis **POLE1**
- E2 wpisz napis **POLE2**
- D3 wpisz formułę: $=\text{MODUŁ.LICZBY}(B3-B4)*0,01$
szerokość prostokąta=0,01 wysokość prostokąta różnica komórek z kolumny B
nie obliczaj wartości w ostatniej komórce tabeli
- E3 w podobny sposób oblicz pola powierzchni dla kolumny Y2 $=\text{MODUŁ.LICZBY}(\text{[redacted]})*0,01$
- Wklej obie formuły na kolejne komórki w kolumnach D i E
- Wybierz komórkę E3
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



Punkty przecięcia A i F (1)

Do wyliczenia pól powierzchni niezbędne będzie charakterystycznych punktów na wykresie: miejsc zerowych obu wykresów (krzywa Y1: C i D, krzywa Y2: A i F) i punktów ich przecięcia (B i E)



G
A
B
C
D
E
F

- W kolumnie G i H przygotuj tabelę
do tabeli wpiszysz numery wierszy z charakterystycznymi punktami wykresów

Punkt A

- Odszukaj w kolumnie C komórkę której wartość jest najbliższa zero pomiędzy komórkami następuje zmiana znaku
- Wpisz numer wiersza do H2

10	-0,93	17,7596	-0,1096	(
11	-0,92	17,5856	0,0144	0,
12	-0,91	17,4124	0,1376	0,

w moim przypadku wiersz 11

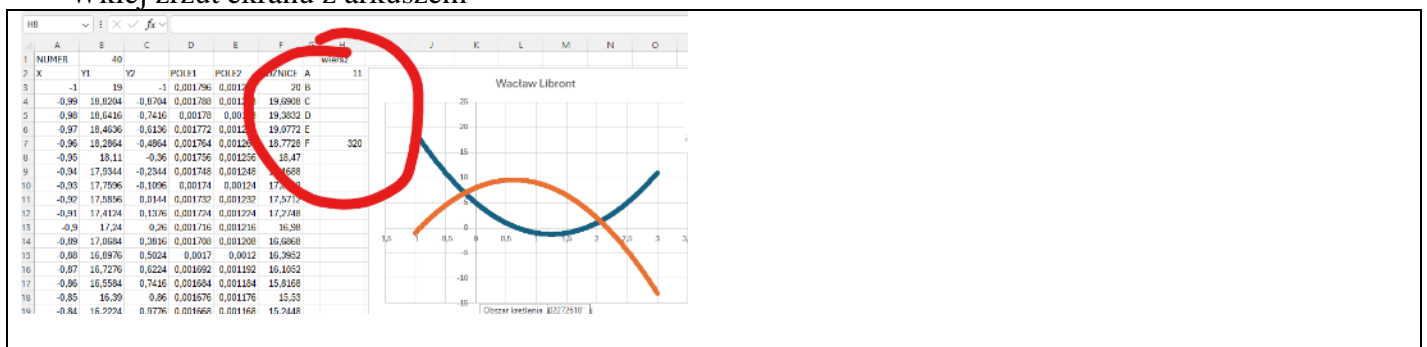
Punkt F

- W podobny sposób odszukaj w kolumnie C drugą komórkę z wartością bliską zero i wpisz numer wiersza do H7

319	2,16	2,0624	0,1376
320	2,17	2,1356	0,0144
321	2,18	2,2096	-0,1096

w moim przypadku wiersz 320

- Wklej zrzut ekranu z arkuszem



Punkty przecięcia C i D (1)

Punkt C

- Odszukaj w kolumnie B komórkę której wartość jest najbliższa zero pomiędzy komórkami następuje zmiana znaku
- Wpisz numer wiersza do H4

171	0,68	0,0496
172	0,69	0,0044
173	0,7	-0,04

w moim przypadku wiersz 172

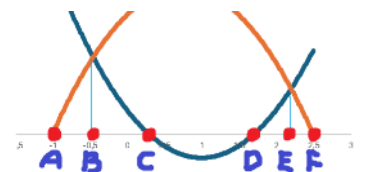
Punkt D

- W podobny sposób odszukaj w kolumnie C drugą komórkę z wartością bliską zero i wpisz numer wiersza do H5

283	1,8	-0,04
284	1,81	0,0044
285	1,82	0,0496

w moim przypadku wiersz 284

- Wklej zrzut ekranu z arkuszem





Punkty przecięcia B i E (1)

Jednym ze sposobów znalezienia punktów przecięcia jest wyliczenie różnic i odszukanie tych najmniejszych.

- F2 wpisz napis **RÓŻNICE**
- F3 wpisz formułę: **=B3-C3**
im mniejsza różnica, tym bliżej siebie są wykresy, różnica równa zero - punkt przecięcia

Punkt B

- Odszukaj w kolumnie F komórkę której wartość jest najbliższa zero
- Wpisz numer wiersza do H3

84	-0,19	7,0444	6,9056	0,001148	0,000648	0,1388
85	-0,18	6,9296	6,9704	0,00114	0,00064	-0,0408
86	-0,17	6,8156	7,0344	0,001132	0,000632	-0,2188

w moim przypadku wiersz 85

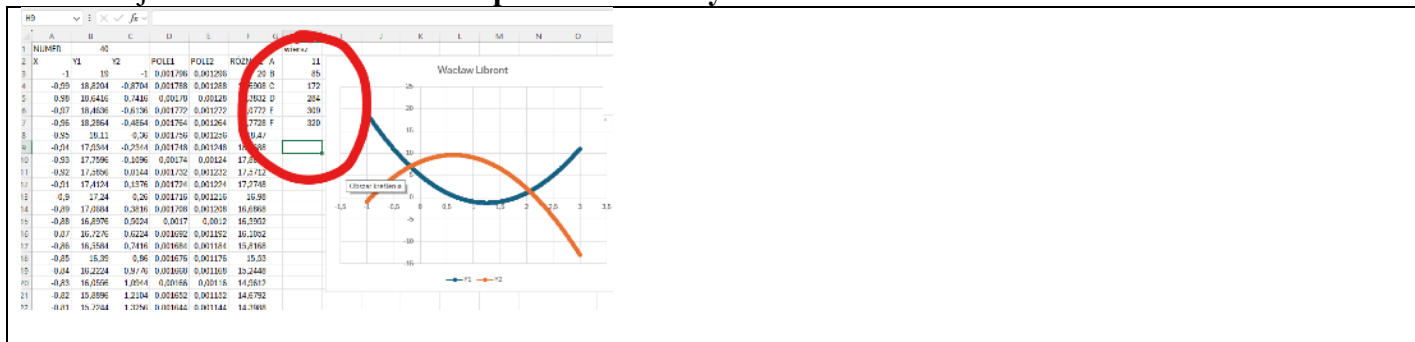
Punkt E

- Odszukaj w kolumnie F komórkę której wartość jest najbliższa zero
- Wpisz numer wiersza do H3

308	2,05	1,31	1,44	0,000644	0,001144	-0,13
309	2,06	1,3744	1,3256	0,000652	0,001152	0,0488
310	2,07	1,4396	1,2104	0,00066	0,00116	0,2292

w moim przypadku wiersz 309

- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły



Pole powierzchni - Łezka(1)

I
pola
niebieskie AE
czerwone CD
żółte AB+EF
fioletowe BC+DE
ZIELONE

- Wpisz do kolumny I napisy **ZIELONE**
w kolumnie J policzymy pola powierzchni

Niebieskie

- J2 wklej formułę: **=SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H2;5) & ":" & ADRES(H7;5)))**
pobieramy z komórek H2 i H7 numery wierszy, tworzymy z nich adresu i sumujemy komórki pomiędzy nimi

Czerwone

- J3 wklej formułę: **=SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H4;4) & ":" & ADRES(H5;4)))**

Żółte

- J4 wklej formułę: $=SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H2;5) & ":" & ADRES(H3;5))) + SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H6;5) & ":" & ADRES(H7;5)))$

Fioletowe

- J5 wklej formułę: $=SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H3;4) & ":" & ADRES(H4;4))) + SUMA(ADR.POŚR(ADRES(H5;4) & ":" & ADRES(H5;4)))$

Zielone

- J7 wpisz formułę: $=J2+J3-(J4+J5)$
suma niebieskiego i czerwonego pomniejszona o żółte i fioletowe
- Wybierz komórkę **J7**
- Wklej zrzut ekranu z arkuszem i paskiem formuły

